

# Arytmetyka

---

- 1 Przyspieszenie ziemskie oznaczamy jako  $1g$ , co jest równe  $9,807 \text{ m/s}^2$ . W wypadku samochodowym opóźnienie o  $27g$  zwykle kończy się śmiercią pasażera ważącego  $65 \text{ kg}$ . Jak wielka siła występuje przy takim opóźnieniu?
  - 2 Producent urządzeń wysokoprędkowych wypłaca pracownikom fizycznym wynagrodzenie wyższe o  $55\%$  od ustawowej płacy minimalnej. Dodatkowo firma ponosi koszty pracodawcy wysokości  $23\%$  kwoty wypłacanej pracownikowi. Firma zatrudnia  $13$  pracowników fizycznych. Jaki jest procentowy wzrost kwoty wynagrodzeń, jeżeli ustawowa płaca minimalna zostanie zwiększona o  $5\%$ , a koszty pracodawcy o  $1\%$ ?
  - 3 Firma zajmująca się inżynierią mechaniczną kupowała blachę stalową do produkcji przedmiotów zaprojektowanych w imperialnych jednostkach miar i doszła do wniosku, że najbardziej optymalne są arkusze stali o wymiarach osiem stóp na cztery ( $1 \text{ stopa} = 12 \text{ cali}$ ). Dostawca blachy stalowej sprzedaje arkusze o wymiarach podanych w jednostkach metrycznych, tj.  $2500 \text{ mm}$  na  $1250 \text{ mm}$  ( $2,54 \text{ cm} = 1 \text{ cal}$ ). O ile procentowo są większe arkusze sprzedawane w jednostkach metrycznych w stosunku do arkuszy sprzedawanych w jednostkach imperialnych?
  - 4 Gospodarstwo rolne ma dwa małe pola doświadczalne o powierzchni  $24$  i  $28$  hektarów. Przeprowadzany przez gospodarstwo eksperyment wymaga, aby oba pola zostały podzielone na kilka działek tych samych rozmiarów o jak największej powierzchni. Ile będzie działek i jaki będzie ich rozmiar?
-

---

**5** Na placu budowy trzy kafary rozpoczynają wbijanie w tej samej chwili. Każdy z nich uderza w odstępach odpowiednio 30, 40, 50 sekund. Po jakim czasie wszystkie trzy kafary znów uderzą w tej samej chwili?

---

**6** Maszyna może zapakować śruby z danej partii do pudełek, biorąc po 4, 6 lub 9 sztuk naraz i musi skończyć, nie pozostawiając żadnych śrub. Gdyby jednak maszyna była ustawiona na pakowanie po 7 śrub naraz, wówczas pozostaną 4 śruby. Jaka jest najmniejsza możliwa liczba śrub w partii?

---

**7** Na ekranie komputera widnieją trzy identyczne okręgi o obwodach 180 mm. Po każdym obwodzie porusza się kropka. Po okręgu *A* kropka krąży z prędkością 10 mm na sekundę, po okręgu *B* z prędkością 6 mm na sekundę, a po okręgu *C* z prędkością 4 mm na sekundę. Wszystkie kropki umieszczono na górze każdego okręgu. Jeśli zaczną krążyć w tej samej chwili, po jakim czasie wszystkie jednocześnie powrócą do punktu wyjścia?

---

**8** Firma podzieliła premię w postaci 792 akcji pomiędzy pięciu pracowników. Dwóch pracowników otrzymało po  $\frac{5}{12}$  z całości, trzeci dostał połowę pozostałych akcji, a resztę podzielono w stosunku 3 : 8 pomiędzy czwartego i piątego pracownika. Ile akcji otrzymali czwarty i piąty pracownik?

---

**9** W farbiarni tekstylnej zbiornik na barwnik można napełnić zimną wodą z pierwszego kranu w ciągu 3 godzin, z drugiego w ciągu 5 godzin, a z trzeciego w ciągu 6 godzin. Ile czasu zajmie napełnienie zbiornika, jeśli wszystkie trzy kranu są odkręcone?

---

---

**10** Producent kupił 0,1875 sąsiadującej działki pod zabudowę, a następnie odsprzedał 0,17 swojego zakupu. Jaka część pozostała z:

- (a) jego zakupu,
- (b) sąsiadującej działki?

---

**11** Temperatury 0 i 100 stopni Celsjusza ( $^{\circ}\text{C}$ ) odpowiadają odpowiednio temperaturom 32 i 212 stopni Fahrenheita ( $^{\circ}\text{F}$ ) oraz temperaturom 0 i 80 stopni Réaumura ( $^{\circ}\text{R}$ ). Zamień następujące wartości temperatur na stopnie Fahrenheita:

- (a) żelazo topi się w temperaturze  $1805^{\circ}\text{C}$ ,
- (b) złoto topi się w temperaturze  $1520^{\circ}\text{C}$ ,
- (c) miedź topi się w temperaturze  $1090^{\circ}\text{C}$ ,
- (d) srebro topi się w temperaturze  $1052^{\circ}\text{C}$ ,
- (e) cyna topi się w temperaturze  $230^{\circ}\text{C}$ ,
- (f) woda wrze w temperaturze  $80^{\circ}\text{R}$ ,
- (g) sól topi się w temperaturze  $72^{\circ}\text{R}$ ,
- (h) amoniak wrze w temperaturze  $48^{\circ}\text{R}$ ,
- (i) bizmut topi się w temperaturze  $196^{\circ}\text{R}$ .

---

**12** Tankowiec pływa z prędkością 12 węzłów (mil morskich na godzinę). Jeśli mila morska to 1,15 mili lądowej, ile czasu zajmie statkowi rejs o długości 1700 mil lądowych?

---

**13** Maszyna drukarska drukuje 3500 arkuszy papieru na godzinę. Ile arkuszy zostanie wydrukowanych w ciągu 12 godzin, jeśli prędkość druku zmniejszy się w stosunku 7 : 4?

---

## Odpowiedzi

---

**1** 17,211 niutonów z dokładnością do pięciu cyfr znaczących.

---

**2** Kwota wynagrodzeń wzrasta o 5,9% z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.

---

**3** 5,1% z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.

---

**4** 13 działek o powierzchni 4 ha każda.

---

**5** Po upływie 360 sekund.

---

**6** 144

---

**7** 90 sekund

---

**8** 18 i 48 akcji

---

---

9  $\frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$  godziny

---

10

(a)  $\frac{37}{45} = 0,82$

(b)  $\frac{29}{30} = 0,96$

---

11

(a) 3281°F

(b) 2768°F

(c) 1994°F

(d) 1925,6°F

(e) 446°F

(f) 212°F

(g) 194°F

(h) 140°F

(i) 473°F

---

12

5,13 dni z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku

---

13

24 000

---

## Rozwiązania

1

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki Newtona *siła = masa · przyspieszenie* ( $F = m \cdot a$ ), gdzie masa wynosi 65 kg, a przyspieszenie  $-27$  g (ujemne, ponieważ jest to opóźnienie). Stąd:

$$F = (65)(-27)(9,807) = -17,211 \text{ z dokładnością do pięciu cyfr znaczących.}$$

Zatem siła wynosi 17,211 niutonów.

- 
- 2** Niech ustawowa płaca minimalna wynosi  $x$  za godzinę, więc firma płaci  $1,55x$  za godzinę. Przy dodatkowych kosztach pracodawcy (23% kwoty wypłacanej pracownikowi) otrzymujemy  $1,23 \cdot 1,55x$  za godzinę.

Jeśli ustawowa płaca minimalna zostanie zwiększona o 5%, czyli  $1,05x$  za godzinę, to pracownik otrzyma wynagrodzenie  $1,55 \cdot 1,05x$  za godzinę, co przy 1% wzroście kosztów pracodawcy do 24% daje  $1,24 \cdot 1,55 \cdot 1,05x$  za godzinę.

$1,24 \cdot 1,55 \cdot 1,05x$  oznacza procentowy wzrost w stosunku do  $1,23 \cdot 1,55x$  za godzinę:

$$\frac{1,24 \cdot 1,55 \cdot 1,05x - 1,23 \cdot 1,55x}{1,23 \cdot 1,55x} = \frac{1,24 \cdot 1,05 - 1,23}{1,23} = 5,9\% \text{ z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.}$$

- 
- 3** Długość stopy wynosi 12 cali, więc 2500 mm to  $\frac{2500}{25,4 \cdot 12} = 8,20$  stopy z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku, a 1250 mm to połowa z tego, czyli 4,10 stopy z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku. Zatem powierzchnia arkusza 2500 mm na 1250 mm wynosi w miarach imperialnych

$$8,20 \cdot 4,10 = 33,62 \text{ stóp kwadratowych.}$$

Jest to o 1,62 stopy kwadratowej więcej w stosunku do oryginalnych arkuszy o wymiarach osiem stóp na cztery stopy. W przeliczeniu na procenty daje nam to:

$$\frac{1,62}{32} \cdot 100\% = 5,1\% \text{ z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.}$$

- 
- 4** Dzielniki 24 to: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 i 24.

Dzielniki 28 to: 1, 2, 4, 7, 14, 28.

Największy wspólny dzielnik to 4, a więc jest to wielkość największej działki mierząc w hektarach. Zatem pole o powierzchni 24 ha możemy podzielić na 6 działek, a pole o powierzchni 28 ha na 7 działek, co w sumie daje 13 działek o powierzchni 4 ha.

- 
- 5** Kafary będą wbijać razem po upływie najmniejszej wspólnej wielokrotności (NWW) ich odstępów czasu.

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5, \quad 40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5, \quad \text{a} \quad 45 = 3 \cdot 3 \cdot 5,$$

zatem NWW wynosi  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 360$  sekund.

- 
- 6** Ponieważ maszyna może zapakować określoną liczbę śrub do pudełek po 4, 6 lub 9 naraz i musi zakończyć bez pozostawionych śrub, każda partia powinna zawierać najmniejszą wspólną wielokrotność 4, 6 i 9, czyli 36 śrub. 7 dzieli 36 pięć razy, pozostawiając resztę 1, więc 7 podzieli  $4 \cdot 36 = 144$  dwadzieścia razy, pozostawiając resztę 4.

- 
- 7** Kropka A pokonuje drogę po obwodzie okręgu A w czasie  $180/10 = 18$  sekund, kropka B potrzebuje  $180/6 = 30$  sekund na podróż po obwodzie okręgu B, a kropka C potrzebuje  $180/4 = 45$  sekund na przebycie obwodu okręgu C. Kropki ponownie pojawią się na górze okręgów po upływie najmniejszej wspólnej wielokrotności ich czasów potrzebnych na przebycie drogi po obwodach okręgów.

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3, \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad \text{oraz} \quad 45 = 3 \cdot 3 \cdot 5,$$

zatem NWW wynosi  $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90$  sekund.

- 
- 8** Po  $5/12$  dla dwóch pracowników daje  $10/12$ , a  $10/12 \cdot 792 = 660$ . Pozostają 132 akcje, z których połowa, czyli 66, została podzielona w stosunku 3 : 8, czyli  $3/11$  i  $8/11$  pomiędzy czwartego i piątego pracownika.  $3/11$  z 66 = 18, a  $8/11$  z 66 = 48, zatem czwarty i piąty pracownik otrzymali odpowiednio po 18 i 48 akcji.

- 
- 9** W ciągu godziny pierwszy kran napełni  $1/3$ , drugi  $1/5$ , a trzeci  $1/6$  zbiornika. Zatem wszystkie trzy odkręcone krany napełnią:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{21}{30} \text{ zbiornika w 1 godzinę.}$$

Dlatego jeśli  $21/30$  zbiornika zostanie napełnione w ciągu 1 godziny, to cały zbiornik zostanie napełniony w ciągu  $30/21 = 10/7$  godziny.

---

**10** (a) Skoro sprzedał  $0,17$  działki, to pozostało mu  $0,83$ .

(b) Z sąsiedniej działki sprzedał  $0,17 \cdot 0,1875$ .

Zostało więc  $1 - 0,17 \cdot 0,1875 = 0,968125 = 0,97$  sąsiadującej działki.

---

**11**  $100^{\circ}\text{C}$  to  $180^{\circ}\text{F}$ , więc  $1^{\circ}\text{C}$  to  $1,8^{\circ}\text{F} = 9/5^{\circ}\text{F}$ . Aby przeliczyć stopnie Celsjusza na Fahrenheita, zaczynamy od  $32^{\circ}\text{F}$ , ponieważ jest to odpowiednik  $0^{\circ}\text{C}$  i dodajemy  $9/5$  razy ilość stopni Celsjusza. Czyli:

stopnie F =  $32 + 9/5$  stopni C.

$80^{\circ}\text{R}$  to  $180^{\circ}\text{F}$ , więc  $1^{\circ}\text{R}$  to  $9/4^{\circ}\text{F}$ . Aby przeliczyć stopnie Réaumura na Fahrenheita, zaczynamy od  $32^{\circ}\text{F}$ , ponieważ jest to odpowiednik  $0^{\circ}\text{R}$  i dodajemy  $9/4$  razy ilość stopni Réaumura. Czyli:

stopnie F =  $32 + 9/4$  stopni R.

Zatem:

(a) żelazo topi się w temperaturze  $1805^{\circ}\text{C} = (32 + 9/5 \cdot 1805)^{\circ}\text{F} = 3281^{\circ}\text{F}$ ,

(b) złoto topi się w temperaturze  $1520^{\circ}\text{C} = (32 + 9/5 \cdot 1520)^{\circ}\text{F} = 2768^{\circ}\text{F}$ ,

(c) miedź topi się w temperaturze  $1090^{\circ}\text{C} = (32 + 9/5 \cdot 1090)^{\circ}\text{F} = 1994^{\circ}\text{F}$ ,

(d) srebro topi się w temperaturze  $1052^{\circ}\text{C} = (32 + 9/5 \cdot 1052)^{\circ}\text{F} = 1925,6^{\circ}\text{F}$ ,

(e) cyna topi się w temperaturze  $230^{\circ}\text{C} = (32 + 9/5 \cdot 230)^{\circ}\text{F} = 446^{\circ}\text{F}$ ,

(f) woda wrze w temperaturze  $80^{\circ}\text{R} = (32 + 9/4 \cdot 80)^{\circ}\text{F} = 212^{\circ}\text{F}$ ,

(g) sól topi się w temperaturze  $72^{\circ}\text{R} = (32 + 9/4 \cdot 72)^{\circ}\text{F} = 194^{\circ}\text{F}$ ,

(h) amoniak wrze w temperaturze  $48^{\circ}\text{R} = (32 + 9/4 \cdot 48)^{\circ}\text{F} = 140^{\circ}\text{F}$ ,

(i) bizmut topi się w temperaturze  $196^{\circ}\text{R} = (32 + 9/4 \cdot 196)^{\circ}\text{F} = 473^{\circ}\text{F}$ .



---

**12** 1700 mil lądowych to  $1700 : 1,15 = 1478,26$  mil morskich z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku. Przy prędkości 12 węzłów podróż zajmie  $1478,26 : 12 = 123,19$  godzin, czyli 5,13 dni z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku.

---

**13** Zmniejszono druk z 3500 arkuszy na godzinę do  $\frac{4}{7} \cdot 3500$  arkuszy na godzinę. W ciągu 12 godzin maszyna drukująca wydrukuje 24 000 arkuszy.

---