

K.A. Stroud
Dexter J. Booth

MATEMATYKA

OD ZERA DLA INŻYNIERA

WYDANIE VIII

Z języka angielskiego przełożyły

Agnieszka Apenuvor
Zofia Denkowska
Agnieszka Jarosz

Korekta merytoryczna tłumaczenia
prof. dr hab. Tadeusz Stanisław

Pętla



Tytuł oryginału: Engineering Mathematics (8th Edition)

First published in English under the title

Engineering Mathematics by K.A. Stroud and Dexter Booth, edition: 8.

Copyright © K.A. Stroud 1970, 1982, 1987, 1995

Copyright © K. A Stroud and Dexter J. Booth under exclusive licence to Macmillan Education Limited 2001, 2007, 2013, 2020

This edition has been translated and published under licence from Macmillan Education Limited, part of Springer Nature.

Macmillan Education Limited, part of Springer Nature takes no responsibility and shall not be made liable for the accuracy of the translation.

Copyright © for the translation by Pętla Sp. z o.o. 2016, 2021

Copyright © for the Polish edition by Pętla Sp. z o.o. 2016, 2021

Wszystkie prawa zastrzeżone. Kopiowanie i rozpowszechnianie całości albo fragmentów tej książki - z wyjątkiem cytatów w artykułach i przeglądach krytycznych - możliwe jest tylko na podstawie pisemnej zgody właściciela praw autorskich.

Tłumaczenie i redakcja **Agnieszka Jarosz**

Korekta merytoryczna tłumaczenia **prof. dr hab. Tadeusz Stanis**

Współtwórcy poprzedniego wydania:

Tłumaczenie **Agnieszka Apenuvor, Zofia Denkowska, Agnieszka Jarosz**

Korekta merytoryczna tłumaczenia **prof. dr hab. Tadeusz Stanis**

Redakcja **Agnieszka Jarosz**

Oprawa graficzna i skład **Daniel Zarymski**

ISBN 978-83-944283-1-0

Pętla Sp. z o.o.

<http://www.stroud.edu.pl/>

info@stroud.edu.pl

tel. 508 270 779



Przedmowa do pierwszego wydania

Książka ta oferuje roczny kursu matematyki studentom kierunków technicznych i ścisłych. Materiał został napisany specjalnie dla kursów prowadzących do uzyskania:

- (i) tytułu licencjata studiów technicznych
- (ii) dyplomu technika (Higher National Diploma) i dyplomu ukończenia studiów technicznych (Higher National Certificate) oraz dla innych kursów na porównywalnym poziomie. Choć formalne dowody zostały zawarte, tam gdzie jest to potrzebne, aby uczeń mógł lepiej zrozumieć omawiane zagadnienia, nacisk jest położony na zdobycie solidnych umiejętności matematycznych wraz z praktyczną wiedzą i zrozumieniem podstawowych pojęć tu przedstawionych. Struktura książki z podziałem na programy¹⁾ powoduje, że nadaje się ona zarówno do użytku klasowego, jak i do indywidualnej samodzielnej nauki. Każdy program zawiera kompletny wykład oraz materiały do ćwiczeń i powtórek.

Książka jest wynikiem około ośmiu lat pracy nad rozwojem technik nauczania programowanego na Wydziale Matematyki Lanchester College of Technology w Coventry. Przez ostatnie cztery lata cały materiał matematyki pierwszego roku różnych studiów technicznych został przedstawiony podczas wykładów i ćwiczeń w formie realizującej założenia nauczania programowanego. Uzyskane w tym doświadczeniu wyniki okazały się wysoce zadowalające, co doprowadziło do dalszego poszerzenia i rozwoju tych technik nauczania.

Przed wypracowaniem ostatecznej postaci każdy program (rozdział) został gruntownie zweryfikowany i osiągnął poziom sukcesu powyżej 80/80, czyli co najmniej 80 procent uczniów uzyskało co najmniej 80 procent pozytywnych ocen według starannie dobranych kryteriów testowych. W programie badawczym, przeprowadzonym na grupach kontrolnych, studenci pracujący metodą programowanego uczenia się osiągnęli istotnie wyższe średnie wyniki niż studenci uczestniczący w normalnych wykładach. Dodatkowo w grupie programowanego nauczania rozpiętość ocen została znacznie zmniejszona. Powyższe obserwacje zostały również potwierdzone w wynikach sesji egzaminacyjnych.

Zalety pracy w swoim własnym tempie z wyznaczoną przez ucznia intensywnością zaangażowania oraz możliwość otrzymania odpowiedzi do zadań zaraz po ich rozwiązaniu są dobrze znane tym, którzy już zapoznali się z nauczaniem programowanym. Nauczanie programowane na pierwszym roku studiów ma dodatkową zaletę, a mianowicie stanowi pomost pomiędzy wysoce zorganizowanymi aspektami szkolnego życia, swobodnym środowiskiem studenckim oraz zwiększającą się odpowiedzialnością za swój postęp w nauce, z którymi mierzy się każdy uczeń na wejściu do świata wyższej edukacji.

Uznanie i podziękowania należą się wszystkim, którzy w jakikolwiek sposób przyczynili się do rozwoju tej pracy, łącznie z tymi, którzy byli aktywnie zaangażowani w procesy walidacji. Szczególnie chciałbym podziękować za nieustające zachęty i wsparcie, które otrzymałem od obecnego Dziekana mojego wydziału Pana J.E Sellars, M.Sc., A.F.R.Ae.S., F.I.M.A oraz od Pana R. Wooldridge, M.C., B.Sc, F.I.M.A., poprzedniego Dziekana wydziału, a obecnie Dyrektora Derby College of Technology. Wielkie znaczenie dla tej książki miały także różne źródła, zbyt liczne, by je wszystkie tutaj wymienić. Wybrane z nich i cytowane w książce przykłady były gromadzone przez lata. Ich włączenie przyczyniło się w niemałym stopniu do sukcesu tej pracy.

K.A. Stroud

¹⁾ Przypis tłumacza: Poszczególne rozdziały nazwane zostały programami zgodnie z zastosowaną w książce koncepcją nauczania programowanego.

Przedmowa do drugiego wydania

Sukces pierwszego wydania *Matematyki od zera dla inżyniera* został odzwierciedlony w liczbie kursów, przez które została ona zaadaptowana jako oficjalny podręcznik, a także w korespondencji od uczniów, którzy entuzjastycznie powitali możliwość samodzielnej nauki.

Jednakże na przełomie lat programy nauczania istniejących kursów przeszły pewne modyfikacje oraz zostały wprowadzone nowe kursy. W wyniku tych zmian otrzymałem wiele sugestii dotyczących wprowadzenia dodatkowych tematów do istniejącego już podstawowego materiału dla kursów licencjackich i innych o porównywalnym poziomie. Rozszerzanie książki o wszystkie zgłoszone tematy jest niemożliwe z powodu ograniczeń fizycznych dotyczących wielkości książki oraz komercyjnych aspektów. Jednakże, w świetle zgłoszonych zagadnień oraz w wyniku dalszych badań przeprowadzonych przez autora i wydawców, została podjęta decyzja o nowym wydaniu *Matematyki od zera dla inżyniera*, zawierającym trzy nowe tematy, na które pojawiło się szerokie zapotrzebowanie.

Dodatkowe programy dotyczą następujących tematów:

- (a) Macierze: definicje; typy macierzy; działania; macierz transponowana; macierze odwrotne; rozwiązywanie układów równań liniowych; wartości własne i wektory własne.
- (b) Krzywe i dopasowanie krzywej: krzywe standardowe; asymptoty; rysowanie krzywej; dopasowywanie krzywej; metoda najmniejszych kwadratów.
- (c) Statystyka: dane dyskretne i ciągłe; grupowanie danych; częstość i częstość względna; histogramy; tendencja centralna – średnia, mediana i moda; kodowanie; wielokąt częstości i krzywa częstości; dyspersja – rozstęp, wariancja i odchylenie standardowe; krzywa rozkładu normalnego i standaryzowana krzywa normalna.

Trzy nowe programy mają taką samą strukturę co poprzednie i każdy zawiera liczne przykłady i ćwiczenia. Tak jak poprzednie, każdy z nowych programów podsumowany jest krótkimi *Zadaniami sprawdzającymi* oraz zestawem *Dalszych wyzwań*, które pozwalają na sprawdzenie umiejętności oraz dostarczają możliwość dalszej praktyki. Wszystkie odpowiedzi do zadań znajdują się na końcu książki.

Korzystając z okazji nowego wydania, do książki wprowadzono małe poprawki w innych programach. Zakładam, że w swojej zaktualizowanej postaci książka będzie się cieszyć jeszcze większym powodzeniem i będzie dalej wartościową pomocą w nauce matematyki.

K.A. Stroud

Przedmowa do trzeciego wydania

Po publikacji drugiego, poszerzonego wydania *Matematyki od zera dla inżyniera*, które zawiera program o statystyce, ponownie otrzymałem zapytania o rozszerzenie zakresu książki o powiązany program dotyczący prawdopodobieństwa. Został on włączony do aktualnego – trzeciego – wydania jako program XXVIII.

Dodatkowy program powieliła ustaloną strukturę poprzednich, w tym przykłady, przez które uczeń jest przeprowadzany stopniowo od wspólnego rozwiązywania z objaśnieniami do samodzielnej pracy zakończonej *Zadaniami sprawdzającymi* oraz zestawem *Dalszych wyzwań* dających możliwość istotnej praktyki. Odpowiedzi do wszystkich zadań znajdują się na końcu książki. Przy tej okazji wprowadziliśmy kilka pomniejszych modyfikacji do pozostałego tekstu.

Matematyka od zera dla inżyniera, pierwotnie napisana jako kurs dla studentów pierwszego roku uczelni technicznych oraz uczniów kursów o porównywalnym stopniu trudności, znalazła szerokie zastosowanie zarówno jako podręcznik do użytku klasowego, jak i do nauki indywidualnej. Dodatkowo można nabyć jej kontynuację *Further Engineering Mathematics*²⁾ zawierającą podstawowy materiał na poziomie drugiego/trzeciego roku studiów technicznych. Te dwa podręczniki razem zapewniają kompleksowy i zintegrowany kurs i jako taki zostały dobrze przyjęte.

Podziękowania ponownie należą się zespołowi wydawcy za współpracę i pomocne rady w przygotowaniu materiału do publikacji.

K.A.S

²⁾ Przypis tłumacza: *Further Engineering Mathematics* nie została jeszcze wydana w języku polskim.

Przedmowa do czwartego wydania

Od czasu publikacji trzeciego wydania *Matematyki od zera dla inżyniera* zostały wprowadzone na szczeblu krajowym istotne zmiany w programie nauczania i maturze z matematyki. W rezultacie uczniowie o zróżnicowanym stopniu umiejętności matematycznych zapisali się na studia techniczne. Ze względu na powszechny charakter tej sytuacji, wiele uczelni zwróciło się o włączenie do nowego wydania *Matematyki od zera dla inżyniera* materiałów uzupełniających istniejące już tematy, aby zapewnić solidne podstawy, na których może opierać się główny kurs dla studentów.

Stąd czwarta edycja zawiera dziesięć nowych programów, począwszy od systemów liczbowych i działań algebraicznych do wprowadzenia do rachunku różniczkowego. Te podstawowe tematy³⁾ stanowią Część I aktualnego wydania i poprzedzają znany już materiał oznaczony teraz jako Część II.

Dla studentów, dobrze zorientowanych w treści programów Części I, *Zadania sprawdzające* oraz *Dalsze wyzwania* są cennym materiałem do sprawdzenia wiedzy, więc jako takie nie powinny być pomijane. W nowym wydaniu wydawcy podjęli się zadania zmiany formatu stron i zmiany formatowania całego tekstu, aby zapewnić bardziej dogodny sposób prezentacji w celu zwiększenia skuteczności przyswajania materiału.

Ponownie jestem wdzięczny zespołowi wydawcy za nieustające wsparcie i bliską współpracę w przygotowaniu tekstu w jego nowym formacie. Szczególnie dziękuję tym, którzy byli bezpośrednio zaangażowani w prace edytorskie, produkcję i marketing zarówno w kraju, jak i za granicą.

K.A.S

³⁾ Przypis tłumacza: Tematy podstawowe zostały w książce oznaczane literą F od ang. Foundation.

Przedmowa do ósmego wydania

Matematyka od zera dla inżyniera jest ulubionym podręcznikiem studentów kierunków naukowych i technicznych od 50 lat, dlatego propozycję włączenia się w przygotowanie piątej edycji tej niezwyklej książki przyjąłem z wielką przyjemnością, ale też ze sporym niepokojem. A teraz, dwadzieścia lat później, mamy już ósme wydanie.

Oczywistym wymogiem przy wprowadzaniu jakichkolwiek uzupełnień czy zmian do tak dobrze ugruntowanego podręcznika jest zachowanie samej istoty książki, która przyczyniła się do zdobycia matematycznych umiejętności przez wielu uczniów na przestrzeni lat. W związku z tym bardzo się starałem zachować sprawdzony przez lata format Strouda oraz poświęcić szczególną uwagę rozwojowi techniki⁴⁾ użytej w tej książce, które stanowią podstawę jej olbrzymiego sukcesu. Najwięcej pracy przy poprzednich wydaniach włożyłem w zmianę struktury, reorganizację oraz poszerzenie części zawierającej programy podstawowe, a także dodanie programu o transformatach Laplace'a. Dla tego nowego wydania został przeprowadzony szczegółowy przegląd całej treści książki i tam, gdzie to było potrzebne, wprowadzono zmiany i poprawki. W Części I w programach *Wprowadzenie do algebry*, *Wyrażenia i równania* oraz *Równania wielomianowe* kilka ramek zostało usuniętych lub zastąpionych. W Części II wprowadzono poprawki do programów *Krzywe i dopasowanie krzywej* oraz *Prawdopodobieństwo*. Dodatkowo zmieniłem program *Macierze* w zakresie wartości i wektorów własnych oraz uzupełniłem go o twierdzenie Cayleya-Hamiltona, które zostało przeniesione z siostrzanego tekstu *Advanced Engineering Mathematics*. Zostały także dodane nowe *Podsumowania*, w których każda pozycja jest opatrzona adnotacją z odpowiednim numerem ramki w nawiasach kwadratowych, aby ułatwić przegląd i powtórkę materiału zawartego w książce.

Osobisty nauczyciel (Personal Tutor), dostępny na stronie internetowej [www.macmillanihe.com/stroud^{5\)}](http://www.macmillanihe.com/stroud⁵⁾), zapewnia odpowiedzi wraz z kompletnymi obliczeniami dla bardzo wielu zadań wybranych z książki, dla których nie ma podanych obliczeń w tekście. Korzystając z *Osobistego nauczyciela*, uczeń krok po kroku może przeanalizować rozwiązania tych zadań, przez co może potwierdzić i poszerzyć swoje umiejętności w zakresie technik i zagadnień matematycznych. Na tej samej stronie znajdują się dodatkowe zadania osadzone w kontekście naukowym i inżynierskim. Ponadto wykładowcy znajdą tam przydatną do prowadzenia zajęć prezentację *Powerpoint™* zawierającą wszystkie rysunki i wykresy z książki.

Stworzenie nowego wydania dobrze ugruntowanej już książki jest zawsze wynikiem pracy zespołowej, a ta książka nie jest wyjątkiem. Miałem dużo szczęścia, że mogłem poznać Kena Strouda w ostatnich miesiącach przed jego śmiercią i móc przedyskutować z nim pomysły na piąte wydanie. Był bardzo entuzjastycznie nastawiony do pomysłu połączenia książki z nową technologią i zarówno jego zapał, jak i obawy zostały wzięte pod uwagę w rozwoju *Osobistego nauczyciela*. Ogromny wysiłek, jaki Ken podjął, tworząc pierwotną książkę oraz trzy następne wydania, nie może być niedoceniony. Osiągnięcie Kena było nadzwyczajne i dla nas wszystkich był to wielki zaszczyt, że mogliśmy pracować nad taką książką. W tym miejscu chciałbym podziękować rodzinie Strouda za wsparcie przy tym wydaniu oraz zespołowi edytorskiemu za skupienie się na szczegółach, słuszne komentarze do tekstu i gorliwe sprawdzenie wszystkiego, co napisałem. Jak w przypadku każdego zespołu rola lidera jest najważniejsza, dlatego chciałbym szczególnie podziękować mojemu redaktorowi Helen Bugler, której nieustająca opieka nad tym projektem inspiruje nas wszystkich.

Huddersfield
Styczeń 2020

Dexter J. Booth

⁴⁾ Przypis tłumacza: Technika programowanego nauczania.

⁵⁾ Przypis tłumacza: Strona tylko w języku angielskim.

Od wydawcy polskiej edycji

Engineering Mathematics zrodziła się z pasji i podobnie stało się z *Matematyką od zera dla inżyniera*. Ponad dwie dekady temu, w zacisznej kolebce Adama Smitha, dostałem pracę domową w postaci kilku ćwiczeń ze zbioru *Engineering Mathematics*. Usiłując pogodzić studia ze studenckim życiem, usiadłem do zadań późnym wieczorem. Obudziłem się tydzień później. W majakach sennej jawy całkowałem liczbę godzin snu, paczek używek i chleba tostowego, jakie upłynęły, i drżąc ponieważ o przyziemne konsekwencje, dopytywałem o szczegóły szaleństwa, w jakie popadłem. Koledzy z akademika pocieszali, że pilnie lunatykowałem między pracą i domem – uff, bankructwa nie będzie. „Tylko z wykładów notatek nie szukaj” podsumowali. Zadania rozwiązałem wszystkie – nie tylko polecane, ale wszystkie, które były w książce. To było niesamowite!

Nigdy wcześniej (ani później) nie spotkałem drugiej publikacji, która by poraziła mnie jasnością wykładu, a mowa przecież o temacie cokolwiek oleistym. Do tego komunikatywność języka, gdzie każde słowo miało znaczenie i służyło przekazowi, a nie drwinie z niewiedzy początkującego studenta. To niezwykle pozytywne doświadczenie zostanie ze mną do dni ostatnich. Nie był to przypadek – to nauczanie programowane. Systematycznie opracowana i wysoce skuteczna metoda, która zbiera pochwały krytyków i kolejnych pokoleń studentów.

Od mojego powrotu do Kraju większość godnych książek, z którymi wtedy się zaprzyjaźniłem, została udostępniona polskim czytelnikom. Dlaczego żadna poważna instytucja nie sprowadziła do Polski książki akademickiej sprzedanej w ponad 500 000 egzemplarzy i stanowiącej oczywisty wybór aspirujących inżynierów od ponad 40 lat? Zamiast błędnie szukać odpowiedzi bez znaczenia, zaraziłem wizją projektu najbliższe mi otoczenie i ku naszemu zachwytowi Palgrave Macmillan rychło wydał zgodę na ten śmiały projekt. Dziś z dumą dzielimy się z Państwem owocami – książką, która równie dobrze czuje się na półce studenta dowolnej inżynierii i licealisty z rozszerzoną matematyką, co nauczyciela doskonalącego warsztat metodyczny.

Podczas pracy nad tłumaczeniem książki wielkim wyzwaniem dla zespołu było przeniesienie lakoniczności wykładu na grunt języka polskiego - niezliczone poprawki i nocne dyskusje o wyższości komunikatywności nad tradycyjnym stylem akademickim. Tytaniczną pracą była też podmiana wyrażeń matematycznych, jako że notacja angielska i polska różni się w wielu szczegółach. A nim zmierzylimy się z tłumaczeniem, swój niewycenialny wkład wnieśli Nauczyciele, których miałem zaszczyt spotkać na swojej drodze: Pani Alicja Brodowicz – życzliwą pomocą w rozwoju kielkujących zainteresowań, Prof. Robin Wallace - nawigacją po oceanie inżynierii oraz wykładowcy Fife College, szczególnie Bill Hutchison - uchYLENIEM SZCZELINY W ŻELAZNEJ KURTYNIE. Wszyscy ci akademicy poświęcili prywatny czas, ponad ramy instytucjonalnych obowiązków, aby realizować swoje nauczycielskie powołanie. Skutecznie. W ten sposób częśćka każdego z nich pozostaje na zawsze w tej książce – dla Ciebie szanowny Czytelniku. Oby żar pasji udzielił się i Tobie, rozkwitając głodem poznania i nieustępliwie twórczym życiem.

Barbara Wosniak

Jak korzystać z tej książki

Książka ta zawiera czterdzieści dwie lekcje zwane *Programami*. Każdy program został napisany w taki sposób, aby uczynić naukę bardziej efektywną i interesującą. Praca z tą książką jest jak praca z osobistym nauczycielem, ponieważ uczysz się w swoim tempie i wszelkie trudności, jakie możesz napotkać, są objaśniane, zanim przyswoisz niepoprawne koncepcje czy błędne techniki.

Każdy z programów jest podzielony na mniejsze części zwane *ramkami*. Kiedy zaczynasz program, zacznij od ramki nr 1. Czytaj uważnie każdą ramkę i wykonuj wszystkie instrukcje i ćwiczenia, które są dla ciebie przygotowane. Prawie w każdej ramce jest od ciebie wymagana pewnego rodzaju odpowiedź testująca twoje zrozumienie informacji w niej zawartych. Swoje odpowiedzi możesz od razu sprawdzić w kolejnej ramce. *Aby uzyskać jak największe korzyści, zaleca się, abyś zakrył kolejną ramkę do czasu, kiedy udzielisz odpowiedzi.* Gdy pojawi się szereg kropek, oczekuje się od ciebie, że uzupełnisz brakujące słowo, frazę, liczbę lub matematyczne wyrażenie. Na każdym etapie zostaniesz poprowadzony prawidłową ścieżką. Nie ma potrzeby żebyś się spieszył: czytaj uważnie ramki i dokładnie wykonuj polecenia. Postępując w ten sposób, na pewno się nauczysz.

Każdy program zaczyna się listą celów do osiągnięcia **Czego się nauczę z tego programu?**, która dokładnie opisuje, co powinieneś umieć po przestudiowaniu jego treści. Program kończy się analogiczną listą kontrolną **Czy potrafisz?**, która umożliwia ci ocenę sukcesu w osiągnięciu poszczególnych celów z listy **Czego się nauczę z tego programu?**. Jeśli czujesz się wystarczająco pewny swoich umiejętności przejdź do krótkich **Zadań sprawdzających**, które następują po liście kontrolnej. Są to zadania, które dokładnie odpowiadają temu, czego się nauczyłeś w danym programie: zadania są proste i nie ma w nich żadnych pułapek. Aby dostarczyć ci niezbędnej praktyki, program zawiera także zestaw zadań **Dalsze wyzwania**. Rozwiąż tyle z nich, ile zdołasz. Pamiętaj, że w matematyce, podobnie jak w wielu innych dziedzinach, praktyka czyni mistrza.


Z czterdziestu dwóch programów pierwszych trzynastu jest na poziomie podstawowym. Niektóre z nich bez wątplenia zawierają materiał, z którym już jesteś zaznajomiony. Jednakże przeczytaj listę **Czego się nauczę z tego programu?** i jeśli czujesz się pewny w danym temacie, zmierz się z **Quizem**, który znajduje się zaraz po tej liście. Dowiesz się z niego, czy potrzebujesz odświeżyć wiedzę. W rzeczywistości, nawet jeśli czujesz, że niektóre z tematów już wcześniej przerabiałeś, to i tak systematyczna praca z programem nadal będzie cenna: posłuży jako przydatna powtórka i uzupełni ewentualne luki w twojej wiedzy.

W przypadku programów podstawowych, kiedy dojdiesz do końca programu i w oparciu o listę kontrolną **Czy potrafisz?** upewnisz się, że osiągnąłeś wszystkie cele nauczania, wróć do początku programu i zmierz się z **Quizem**, zanim zakończysz **Zadaniami sprawdzającymi** oraz **Dalszymi wyzwaniami**. W ten sposób będziesz miał jeszcze więcej możliwości przeciwiczenia poszczególnych zagadnień.

Osobisty nauczyciel

Wraz z tą książką został przygotowany interaktywny *Osobisty nauczyciel (Personal Tutor)*. Program zawiera zestaw zadań do rozwiązania przy użyciu komputera. W odpowiedzi na komentarze naszych czytelników *Osobisty nauczyciel* został przeprojektowany i zaktualizowany w odniesieniu do poprzedniego wydania. Jest on bardzo intuicyjny i łatwy do nawigacji oraz oferuje **Wskazówki**, kiedy tylko są ci one potrzebne. Jeśli masz problemy, możesz kliknąć **Sprawdź swoje odpowiedzi** dla konkretnego **Kroku** lub **Pokaż całe obliczenia**. Nie ma ocen za zadania. Jesteś prowadzony stopniowo przez każde zadanie tak, żebyś nie musiał się martwić o to, że twoje odpowiedzi będą błędne. Korzy-

stanie z *Osobistego nauczyciela* da ci możliwość lepszego przećwiczenia poszczególnych tematów i zwiększy twoją pewność i zaufanie w to, że możesz nauczyć się matematyki. Tak jak przy rozwiązywaniu zadań z książki nie spiesz się i nie bój się popełniać błędów. Błędy możesz łatwo poprawiać, korzystając z pomocy, która została ci udostępniona. W ten sposób na pewno się nauczysz.

Zestaw zadań zawiera zadania z **Quizów, Zadań sprawdzających** oraz **Dalszych wyzwań**. Symbol  *Osobisty nauczyciel* obok zadania wskazuje, że znajdziesz je także na stronie internetowej.

Osobisty nauczyciel jest dostępny w języku angielskim na stronie internetowej tej książki.

Strona internetowa książki - www.macmillanihe.com/stroud

Zalecamy odwiedzenie strony internetowej książki dostępnej pod adresem www.macmillanihe.com/stroud⁶⁾. Znajdziesz tam powiększające się zasoby materiałów związanych z książką, włączając zestawy zadań matematycznych osadzonych w kontekście naukowym i inżynierskim. Dodatkowo na stronie internetowej książki znajdziesz dostęp do *Osobistego nauczyciela* online lub możesz go zainstalować na swoim komputerze, tak by pracować z nim także w trybie offline.

Autor i wydawca są wdzięczni studentom z brytyjskich uniwersytetów, którzy recenzowali poszczególne rozdziały i przekazali wiele przydatnych sugestii:

University of Exeter: Max Bailey, Oliver Chapman, Ben Lawrence i Rhiannon Roberts

Imperial College London: Matei C. Ignuta-Ciuncanu, Tuan Le, Khoo Hwei Linn, Xinwei Sophie Peng i Eugene Tang Yucheng

King's College London: Sergey Drozdov, Z.T.Y.X. Lim, Sacha Morris, Rinrada Jadsadaphongphaibool i Gurbaaz Singh Gill

Liverpool John Moores University: Katie Egerton i Hannah Kowalski

Sheffield Hallam University: Molly R. Bell, Layla J.M. Graham i Nathan Prentice

⁶⁾ Przypis wydawcy: Strona tylko w języku angielskim.