

K.A. Stroud
Dexter J. Booth

MATEMATYKA

OD ZERA DLA INŻYNIERA

WYDANIE VIII

Z języka angielskiego przełożyły

Agnieszka Apenuvor
Zofia Denkowska
Agnieszka Jarosz

Korekta merytoryczna tłumaczenia
prof. dr hab. Tadeusz Stanisław

Pętla



Tytuł oryginału: Engineering Mathematics (8th Edition)

First published in English under the title

Engineering Mathematics by K.A. Stroud and Dexter Booth, edition: 8.

Copyright © K.A. Stroud 1970, 1982, 1987, 1995

Copyright © K. A Stroud and Dexter J. Booth under exclusive licence to Macmillan Education Limited 2001, 2007, 2013, 2020

This edition has been translated and published under licence from Macmillan Education Limited, part of Springer Nature.

Macmillan Education Limited, part of Springer Nature takes no responsibility and shall not be made liable for the accuracy of the translation.

Copyright © for the translation by Pętla Sp. z o.o. 2016, 2021

Copyright © for the Polish edition by Pętla Sp. z o.o. 2016, 2021

Wszystkie prawa zastrzeżone. Kopiowanie i rozpowszechnianie całości albo fragmentów tej książki - z wyjątkiem cytatów w artykułach i przeglądach krytycznych - możliwe jest tylko na podstawie pisemnej zgody właściciela praw autorskich.

Tłumaczenie i redakcja **Agnieszka Jarosz**

Korekta merytoryczna tłumaczenia **prof. dr hab. Tadeusz Stanis**

Współtwórcy poprzedniego wydania:

Tłumaczenie **Agnieszka Apenuvor, Zofia Denkowska, Agnieszka Jarosz**

Korekta merytoryczna tłumaczenia **prof. dr hab. Tadeusz Stanis**

Redakcja **Agnieszka Jarosz**

Oprawa graficzna i skład **Daniel Zarymski**

ISBN 978-83-944283-1-0

Pętla Sp. z o.o.

<http://www.stroud.edu.pl/>

info@stroud.edu.pl

tel. 508 270 779



Indeks

- Alternatywny wzór na odchylenie standardowe 1073
- Amplituda 286
- Arkusze kalkulacyjne 133
- Arytmetyka 3
 - Czynniki, dzielniki i liczby pierwsze 15
 - Metoda odwrotna 56
 - Potęgi 33
 - Systemy liczbowe 44
 - Typy liczb 6
 - Ułamki dziesiętne 27
 - Ułamki, stosunki i procenty 18
 - Zamiana podstawy z dziesiętnej na inną 52
- Asymptoty 702, 708
 - Określenie asymptoty ukośnej 703
 - Asymptoty równoległe do osi x i y 704
- Bezpośrednie całkowanie 982
- Całki podwójne 955
- Całki potrójne 957
- Całki standardowe 349, 774
- Całki wielokrotne 882, 951
 - Całki podwójne 955
 - Całki potrójne 957
 - Obliczanie objętości brył z użyciem całek wielokrotnych 970
 - Obliczenia pól powierzchni z użyciem całek wielokrotnych 968
 - Sumowanie w dwóch kierunkach 952
 - Zapis alternatywny 964
 - Zastosowania 959
- Całkowanie 347, 773, 800
 - Całki standardowe 349, 774
 - Całkowanie funkcji trygonometrycznych 792
 - Całkowanie funkcji wymiernej z użyciem rozkładu na ułamki proste 357, 787
 - Całkowanie iloczynów – całkowanie przez części 783
 - Całkowanie jako sumowanie 364
 - Całkowanie wielomianów 352
 - Funkcje liniowej funkcji x 777
 - Iloczyn oraz iloraz funkcji i jej pochodnej 779
 - Pola obszarów pod krzywymi 360
 - Stała całkowania 349
- Całkowanie funkcji trygonometrycznych 792
- Całkowanie funkcji wymiernej z użyciem rozkładu na ułamki proste 357, 787
- Całkowanie iloczynów – całkowanie przez części 783
- Całkowanie jako sumowanie 364
 - Pole figury ograniczonej krzywą i przecinającą ją prostą 368
- Całkowanie numeryczne 910
 - Dowód metody Simpsona 924
 - Za pomocą szeregów 912
 - Z użyciem metody Simpsona 916
- Całkowanie wielomianów 352
 - Funkcje liniowej funkcji x 354
- Całkowanie z użyciem wzorów rekurencyjnych 828
- Ciąg arytmetyczny 610
- Ciąg geometryczny 611
- Ciąg harmoniczny 612
- Ciągi 607
 - Funkcje określone dla liczb całkowitych 608
 - Granice ciągów 629
 - Równania różnicowe 620
- Ciągłe rozkłady prawdopodobieństwa 1115
 - Krzywa rozkładu normalnego (lub krzywa normalna) 1115
- Cosinusy kierunkowe 532
- Cyfry i pozycyjność 6
- Cyfry znaczące 28
- Częstość względna 1059
- Części parzyste i nieparzyste 299
- Część parzysta i nieparzysta funkcji wykładniczej 301
- Czynnik całkujący 994
- Czynniki, dzielniki i liczby pierwsze 15
 - Czynniki i dzielniki 15
 - Liczby pierwsze 15
 - Najmniejsza wspólna wielokrotność (NWW) 16
 - Największy wspólny dzielnik (NWD) 16
 - Podstawowe twierdzenie arytmetyki 16
 - Rozkład na czynniki pierwsze 15
- Dane grupowane 1057
- Dekodowanie 1067

- Diagram Arganda 393
 Długość krzywej 868
 Równania parametryczne 870
 Dodatkowe dwie tożsamości trygonometrycz-
 ne 251
 Dodawanie i odejmowanie 7, 86, 385
 Dodawanie i odejmowanie macierzy 487
 Dodawanie i odejmowanie ułamków 22
 Dodawanie wektorów 522
 Dokładność 42
 Dopasowywanie linii prostej 717
 Dopasowywanie krzywej 712
 Wykresy funkcji wykładniczych 714
 Zależność liniowa 712
 Dopełnienia algebraiczne elementów
 macierzy 495
 Doświadczenie losowe 1086
 Dowód metody Simpsona 924
 Drzewka prawdopodobieństwa 1094
 Duże i małe wartości zmiennych 709
 Dwa równe wektory 521
 Dwumian Newtona 187
 Dwumian Newtona 197
 Silnia i kombinacje 189
 Zapis przy użyciu znaku Σ (sigma) 203
 Działania arytmetyczne na liczbach zespolo-
 nych 384
 Dodawanie i odejmowanie 385
 Dzielenie 388
 Mnożenie 386
 Równość liczb zespolonych 390
 Sprzężone liczby zespolone 388
 Dzielenie 388
 Dzielenie liczb całkowitych 18, 27
 Dzielenie potęg i odejmowanie wykładników 34
 Dzielenie ułamków 21
 Elipsa 697
 Formuły w Excelu 134
 Funkcje 259
 Przetwarzanie liczb 261
 Złożenie 272
 Funkcje hiperboliczne 431
 Funkcje odwrotne względem funkcji hiper-
 bolicznych 440
 Obliczanie wartości funkcji hiperbolicznych
 439
 Postać logarytmiczna funkcji odwrotnych
 do funkcji hiperbolicznych 442
 Tożsamości hiperboliczne 445
 Wykresy funkcji hiperbolicznych 434
 Zależności pomiędzy funkcjami trygono-
 metrycznymi i hiperbolicznymi 447
 Funkcje i działania arytmetyczne 264
 Funkcje jako reguły 262
 Funkcje liniowej funkcji x 354, 777
 Funkcje odwrotne 264
 Funkcje odwrotne do funkcji trygonometrycz-
 nych 288
 Funkcje odwrotne do funkcji złożonych 274
 Funkcje odwrotne względem funkcji hiperbo-
 licznych 440
 Funkcje określone dla liczb całkowitych 608
 Ciąg arytmetyczny 610
 Ciąg geometryczny 611
 Ciąg harmoniczny 612
 Ciągi 608
 Inne ciągi 617
 Określenie rekurencyjne 613
 Wykresy ciągów 608
 Funkcje parzyste i nieparzyste 299
 Części parzyste i nieparzyste 299
 Część parzysta i nieparzysta funkcji wykład-
 niczej 301
 Działania na granicach 302
 Granice funkcji 301
 Funkcje trygonometryczne 241
 Funkcje trygonometryczne 281
 Amplituda 286
 Funkcje odwrotne do funkcji trygono-
 metrycznych 288
 Obrót 281
 Okres 284
 Przesunięcie fazowe 287
 Równania trygonometryczne 289
 Tangens 283
 Funkcje trygonometryczne i wykładnicze 279
 Funkcje wykładnicze i logarytmiczne 295
 Funkcje parzyste i nieparzyste 299
 Funkcje trygonometryczne 281
 Funkcje uwikłane 555
 Funkcje wykładnicze 295
 Funkcje wykładnicze i logarytmiczne 295
 Funkcje wykładnicze 295
 Równania wykładnicze 296
 Funkcje złożone 272
 Generowanie nowych transformat 1045
 Geometryczny moment bezwładności 896
 Gradient krzywej w danym punkcie 314
 Granica $\sin \theta/\theta$ 324
 Granice 630
 Granice 653, 660
 Testy zbieżności 655
 Szeregi zbieżne i rozbieżne 654

- Granice ciągów 629
 - Granice 630
 - Granice nieskończone 631
 - Nieskończoność 629
 - Reguły dotyczące granic 631
 - Symbole nieoznaczone (granice nieokreślone) 635
- Granice funkcji 301
- Granice funkcji – symbole nieoznaczone 680
 - Reguła de l'Hospitala 682
- Granice klas 1060
- Granice nieskończone 631
- Grupowanie danych ciągłych 1058
- Hiperbola 697
- Histogram częstości 1062
- Histogram częstości względnej 1063
- Histogramy 1062
 - Histogram częstości 1062
 - Histogram częstości względnej 1063
- Iloczyn macierzy kwadratowej i macierzy do niej odwrotnej 499
- Iloczyn oraz iloraz funkcji i jej pochodnej 779
- Iloczyn skalarny dwóch wektorów 533
- Iloczyn wektorowy dwóch wektorów 535
- Inne ciągi 617
- Interakcja 150
- Interpretacja geometryczna sumy liczb zespolonych 394
- Jedynka trygonometryczna 250
- Kartezjański układ współrzędnych 126
- Kąt między dwoma wektorami 537
- Kąty 237
 - Funkcje trygonometryczne 241
 - Obrót 237
 - Odwrotności funkcji trygonometrycznych 243
 - Półowa trójkąta równobocznego 247
 - Radiany 238
 - Trójkąty specjalne 245
 - Trójkąty 239
 - Twierdzenie Pitagorasa 244
- Kierunek własny 504, 506
- Kodowanie przy obliczaniu średniej 1066
- Kodowanie w zgrupowanych rozkładach częstości 1067
- Kolejność wykonywania działań 38, 68
- Kombinacje 192
- Korelacja 723
 - Miary korelacji 724
 - Współczynnik korelacji iloczynu momentów Pearsona 724
 - Współczynnik korelacji rang Spearmana 728
- Krzywa rozkładu normalnego (lub krzywa normalna) 1076, 1115
- Krzywe biegunowe 932
- Krzywe częstości 1076
- Krzywe drugiego stopnia 694
- Krzywe hiperboliczne 700
- Krzywe i dopasowanie krzywej 692
 - Asymptoty 702
 - Dopasowywanie krzywej 712
 - Korelacja 723
 - Metoda najmniejszych kwadratów 717
 - Standardowe krzywe 693
 - Systematyczne rysowanie krzywych na podstawie równania 707
- Krzywe logarytmiczne 699
- Krzywe rozkładu 1075
 - Krzywa rozkładu normalnego 1076
 - Krzywe częstości 1076
 - Wielokąty częstości 1075
- Krzywe trygonometryczne 700
- Krzywe trzeciego stopnia 695
- Krzywe wykładnicze 699
- Krzywizna 594
 - Środek krzywizny 600
- Liczba e 209
- Liczby całkowite 6
- Liczby naturalne 6
- Liczby niewymierne 37
- Liczby pierwsze 15
- Liczby wymierne, niewymierne i rzeczywiste 31
- Liczby zespolone 379, 406
 - Miejsca geometryczne 424
 - Obliczenia dla postaci trygonometrycznej 407
 - Pierwiastki liczby zespolonej 415
 - Postać trygonometryczna liczb zespolonych 395
- Linia prosta 693
- Logarytmy 73
- Łączenie zdarzeń 1088
- Łączność 11, 67
- Macierz kwadratowa dołączona 495
- Macierz odwrotna do macierzy kwadratowej nieosobliwej 496
 - Iloczyn macierzy kwadratowej i macierzy do niej odwrotnej 499
- Macierz transponowana 491
- Macierze 484
 - Definicje 485
 - Dodawanie i odejmowanie macierzy 487

- Macierz odwrotna do macierzy kwadratowej nieosobliwej 496
- Macierz transponowana 491
- Macierze specjalne 492
- Mnożenie macierzy 488
- Rozwiązywanie układów równań liniowych 499
- Równość macierzy 487
- Twierdzenie Cayleya – Hamiltona 509
- Wartości własne i wektory własne 504
- Wyznacznik macierzy kwadratowej 494
- Zapis macierzowy 486
- Macierze odwrotne 509
- Macierze specjalne 492
- Małe przyrosty 749
- Mediana 1070
- Mediana z danych pogrupowanych 1070
- Metoda alternatywna zmiany systemów liczbowych 48
- Metoda eliminacji Gaussa 502
- Metoda iteracyjna Newtona 338
 - Tabelaryczne przedstawienie wyników 340
 - Zapis 338
- Metoda najmniejszych kwadratów 717
 - Dopasowywanie linii prostej 717
 - Stosowanie arkuszy kalkulacyjnych 719
- Metoda odwrotna 56
- Metoda Simpsona 916
- Mianowniki z powtarzającymi się i kwadratowymi czynnikami 224
 - Trygonometria 235
- Miary korelacji 724
- Miary rozproszenia 1072
 - Alternatywny wzór na odchylenie standardowe 1073
 - Odchylenie standardowe 1072
 - Rozstęp 1072
 - Średnie odchylenie 1072
- Miary tendencji centralnej 1064
 - Dekodowanie 1067
 - Kodowanie przy obliczaniu średniej 1066
 - Kodowanie w zgrupowanych rozkładach częstości 1067
 - Mediana 1070
 - Mediana z danych pogrupowanych 1070
 - Moda 1068
 - Moda w danych zgrupowanych 1068
 - Średnia 1064
- Miejsca geometryczne 424
- Miejsca po przecinku 28
- Mnożenie 386
- Mnożenie dwóch macierzy 488
- Mnożenie i dzielenie 8, 86
- Mnożenie i dzielenie wyrażeń algebraicznych 81
- Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych przez potęgę 10 37
- Mnożenie potęg i dodawanie wykładników 33
- Mnożenie macierzy 488
 - Mnożenie dwóch macierzy 488
 - Mnożenie macierzy przez skalar 488
- Mnożenie macierzy przez skalar 488
- Mnożenie ułamków 19
- Moda 1068
- Moda w danych zgrupowanych 1068
- Moduł 144
- Momenty bezwładności 882
- Najmniejsza wspólna wielokrotność (NWW) 16
- Największy wspólny dzielnik (NWD) 16
- Nawiasy 7
- Nawiasy i kolejność wykonywania działań 8
- Nawiasy zagnieżdżone 69
- Nieskończoność 629
- Nierówności 142, 146
 - Większe niż i mniejsze niż 142
- Objętość bryły obrotowej 860
- Obliczanie wartości funkcji hiperbolicznych 439
- Obliczanie objętości brył z użyciem całek wielokrotnych 970
- Obliczanie wartości wielomianów 110
- Obliczanie wartości wielomianów metodą Hornera 110
- Obliczanie wartości wyrażeń 99
- Obliczanie wartości zmiennych niezależnych 102
- Obliczanie wyznaczników trzeciego stopnia 461
- Obliczenia dla postaci trygonometrycznej 407
- Obliczenia pól powierzchni z użyciem całek wielokrotnych 968
- Obrót 237, 281
- Odchylenie standardowe 1072
- Odwrotna transformata Laplace'a 1038
- Odwrotności funkcji trygonometrycznych 243
- Ograniczenia 710
- Okrąg 696
- Okres 284
- Określenie asymptoty ukośnej 703
- Określenie gradientu krzywej metodami algebraicznymi 316
- Określenie rekurencyjne 613
- Pierwiastki liczby zespolonej 415
- Pochodna funkcji wykładniczej 335
- Pochodna funkcji złożonej 331
- Pochodna iloczynu funkcji 327
- Pochodna ilorazu dwóch funkcji 328
- Pochodna logarytmiczna 552
- Pochodne cząstkowe 736, 757

- Małe przyrosty 749
- Prędkość zmian 760
- Zmiana zmiennych 768
- Pochodne drugiego i wyższego rzędu 321
- Pochodne funkcji odwrotnych do funkcji hiperbolicznych 566
- Pochodne potęg x 317
- Podnoszenie do potęgi pierwszej 33
- Podnoszenie liczby do potęgi 33
- Podnoszenie macierzy do potęgi o wykładniku całkowitym 511
- Podstawa 10 i podstawa e 76
- Podstawowe prawa arytmetyki 10
- Podstawowe twierdzenie arytmetyki 16
- Podstawowe zastosowania całkowania 842
 - Obszar pod krzywą 842
- Pola obszarów pod krzywymi 360, 842
- Pole figury ograniczonej krzywą i przecinającą ją prostą 68
- Półowa trójkąta równobocznego 247
- Porównanie rozkładu dwumianowego i Poissona 1111
- Postać dwójkowa 52
- Postać dwunastkowa 52
- Postać inżynierska 40
- Postać logarytmiczna funkcji odwrotnych do funkcji hiperbolicznych 442
- Postać ogólna równania kwadratowego 113
- Postać ósemkowa 52
- Postać trygonometryczna liczb zespolonych 395
- Postać wykładnicza 38
- Postać wykładnicza liczb zespolonych 400
- Potęga zerowa 34
- Potęgi 33, 72
 - Dokładność 42
 - Dzielenie potęg i odejmowanie wykładników 34
 - Kolejność wykonywania działań 38
 - Liczby niewymierne 37
 - Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych przez potęgi 10, 37
 - Mnożenie potęg i dodawanie wykładników 33
 - Potęgowanie potęgi 35
 - Podnoszenie do potęgi pierwszej 33
 - Podnoszenie liczby do potęgi 33
 - Postać inżynierska 40
 - Postać wykładnicza 38
 - Potęga zerowa 34
 - Potęgi o wykładnikach ujemnych 35
 - Potęgi o wykładniku ułamkowym i pierwiastki 36
 - Potęgowanie na kalkulatorze 36
- Prawa potęgowania 33
- Reguły dotyczące potęg 72
- Równania logarytmiczne 78
- Sprawdzanie obliczeń 42
- Użycie kalkulatora 40
- Wyprowadzanie postaci wykładniczej 39
- Zamiana podstawy 77
- Potęgi i 383
- Potęgi i o wykładniku całkowitym dodatnim i ujemnym 383
- Potęgi o wykładnikach ujemnych 35
- Potęgi o wykładniku ułamkowym i pierwiastki 36
- Potęgowanie na kalkulatorze 36
- Potęgowanie potęgi 35
- Powierzchnia boczna bryły obrotowej 872
 - Równania parametryczne 873
- Prawa potęgowania 33
- Prawdopodobieństwa zdarzeń łączonych 1091
 - Drzewka prawdopodobieństwa 1094
 - I 1093
 - Lub 1091
 - Zdarzenia niewykluczające się wzajemnie 1092
 - Zdarzenia niezależne 1094
 - Zdarzenia zależne 1093
- Prawdopodobieństwo 1085
 - Ciągłe rozkłady prawdopodobieństwa 1115
 - Doświadczenie losowe 1086
 - Łączenie zdarzeń 1088
 - Prawdopodobieństwa zdarzeń łączonych 1091
 - Prawdopodobieństwo warunkowe 1096
 - Rozkłady prawdopodobieństwa 1099
 - Seria doświadczeń losowych 1087
 - Standaryzowana krzywa normalna 1115
 - Zdarzenia 1086
 - Zdarzenia i prawdopodobieństwa 1088
- Prawdopodobieństwo warunkowe 1096
- Prawdopodobieństwo zdarzenia pewnego i niemożliwego 1088
- Prędkość zmian 760
- Procenty 24
- Proces obliczania wartości 107
- Próby Bernoulliego 1103
- Przedstawienie graficzne liczb zespolonych 393
 - Diagram Arganda 393
 - Interpretacja geometryczna sumy liczb zespolonych 394
- Przedstawienie wektorowe 521
 - Dodawanie wektorów 522
 - Dwa równe wektory 521
 - Suma dowolnej liczby wektorów 522
 - Typy wektorów 522
- Przekształcanie wzorów 103
- Przemienność 10, 67

- Przesunięcie fazowe 287
 Przesunięcie względem początku układu współrzędnych 708
 Przetwarzanie danych i statystyka 1054
 Histogramy 1062
 Krzywe rozkładu 1075
 Miary rozproszenia 1072
 Miary tendencji centralnej 1064
 Standaryzowana krzywa normalna 1078
 Uporządkowywanie danych 1055
 Przetwarzanie liczb 261
 Funkcje i działania arytmetyczne 264
 Funkcje jako reguły 262
 Funkcje odwrotne 264
 Wykresy funkcji odwrotnych 266
 Wykresy funkcji sześciennych i funkcji do nich odwrotnych 266
 Przypisywanie prawdopodobieństw 1089
 Punkty na osi i porządek 6
 Punkty przecięcia z osiami 707
 Punkty przegięcia 575
 Punkty stacjonarne 709
 Radiany 238
 Redukcja wyrazów podobnych 68
 Reguła de l'Hospitala 682
 Reguła Pappusa-Guldina 875
 Reguły algebry 67
 Reguły dotyczące granic 302, 631
 Reguły dotyczące logarytmów 75
 Reguły dotyczące potęg 72
 Reguły działania na sumach 207
 Rozdzielenie zmiennych 982
 Rozdzielność 11, 67
 Rozkład dwumianowy prawdopodobieństwa 1104
 Rozkład na czynniki pierwsze 15
 Rozkład na czynniki wielomianów czwartego stopnia 117
 Rozkłady prawdopodobieństwa 1099
 Porównanie rozkładu dwumianowego i Poissona 1111
 Próby Bernoulliego 1103
 Rozkład dwumianowy prawdopodobieństwa 1104
 Rozkład prawdopodobieństwa Poissona 1110
 Wariancja i odchylenie standardowe 1102
 Wartość oczekiwana 1101
 Wartość oczekiwana i odchylenie standardowe 1108
 Zmienne losowe 1099
 Rozkład prawdopodobieństwa Poissona 1110
 Rozkład wyrażen algebraicznych na czynniki 89
 Wspólne czynniki 89
 Wyrażenia kwadratowe będące iloczynem czynników liniowych 91
 Wzory skróconego mnożenia 90
 Rozstęp 1072
 Rozwiązanie szczególne 1029
 Rozwiązywanie równań prostych 159
 Rozwiązywanie równań różnicowych 621
 Rozwiązywanie równań różniczkowych 981, 988, 994
 Bezpośrednie całkowanie 982
 Czynnik całkujący 994
 Rozdzielanie zmiennych 982
 Równania jednorodne 988
 Równania liniowe 994
 Rozwiązywanie układów równań liniowych 499
 Metoda eliminacji Gaussa 502
 Rozwinięcia 421
 Równania 100, 125
 Równania czwartego stopnia z co najmniej dwoma czynnikami liniowymi 179
 Równania jednorodne 988, 1014
 Równania jednorodne drugiego rzędu 623
 Równania kwadratowe 175, 803
 Równania liniowe 157, 159, 994
 Rozwiązywanie równań prostych 159
 Układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi 161
 Układy trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi 163
 Wstępne przekształcenia 165
 Równania logarytmiczne 78
 Równania niejednorodne 1022
 Równania parametryczne 557, 850, 870
 Równania różnicowe 620
 Rozwiązywanie równań różnicowych 621
 Równania jednorodne drugiego rzędu 623
 Równe pierwiastki równania charakterystycznego 625
 Równania różniczkowe drugiego rzędu 1013
 Rozwiązanie szczególne 1029
 Równania jednorodne 1014
 Równania niejednorodne 1022
 Równania różniczkowe niejednorodne, liniowe, o stałych współczynnikach 1048
 Równania różniczkowe pierwszego rzędu 977
 Rozwiązywanie równań różniczkowych 981, 988, 994
 Równanie Bernoulliego 1002
 Tworzenie równań różniczkowych 979

- Równania trygonometryczne 289
- Równania trzeciego stopnia z przynajmniej jednym czynnikiem liniowym 175
- Równania wykładnicze 296
- Równanie Bernoulliego 1002
- Równanie definiujące 100
- Równanie prostej 586
- Równanie przypisujące 101
- Równanie warunkowe 100
- Równe pierwiastki równania charakterystycznego 625
- Równość liczb zespolonych 390
- Równość macierzy 487
- Równość ułamków 20
- Różniczkowanie 309, 544
 - Funkcje uwikłane 555
 - Metoda iteracyjna Newtona 338
 - Pochodna logarytmiczna 552
 - Pochodne standardowe 545
 - Równania parametryczne 557
 - Standardowe pochodne i reguły 324
 - Współczynniki kierunkowe i gradienty 311
 - Złożenie funkcji 546
- Różniczkowanie funkcji odwrotnych do funkcji hiperbolicznych 564
- Różniczkowanie wielomianów 320
- Rysowanie wykresów 127
- Seria doświadczeń losowych 1087
- Silnia 189
- Silnia i kombinacje 189
 - Kombinacje 192
 - Silnia 189
 - Trzy własności współczynników dwumianowych 195
- Składowe danego wektora 524
 - Składowe wektorów wyrażone przez wektory jednostkowe 528
- Sporządzanie wykresów w kartezjańskim układzie współrzędnych 135
- Sposoby prezentacji 137
- Sprawdzanie obliczeń 42
- Sprężone liczby zespolone 388
- Stała całkowania 349
- Stałe 66
- Standardowe krzywe 693
 - Elipsa 697
 - Hiperbola 697
 - Krzywe drugiego stopnia 694
 - Krzywe hiperboliczne 700
 - Krzywe logarytmiczne 699
 - Krzywe trygonometryczne 700
 - Krzywe trzeciego stopnia 695
 - Krzywe wykładnicze 699
 - Linia prosta 693
 - Okrąg 696
 - Tangensoida 701
- Standardowe krzywe biegunowe 934
- Standardowe pochodne 325, 545
- Standardowe pochodne i reguły 324
 - Granica 324
 - Pochodna funkcji wykładniczej 335
 - Pochodna funkcji złożonej 331
 - Pochodna iloczynu funkcji 327
 - Pochodna ilorazu dwóch funkcji 328
 - Standardowe pochodne 325
- Standaryzowana krzywa normalna 1078
- Stosowanie arkuszy kalkulacyjnych 133, 719
 - Arkusze kalkulacyjne 133
 - Formuły 134
 - Sporządzanie wykresów w kartezjańskim układzie współrzędnych 135
 - Sposoby prezentacji 137
 - Usuwanie wpisów 135
 - Wiersze i kolumny 133
 - Wpisywanie tekstu i liczb 134
- Stosunki 24
- Stosunki kierunkowe 540
- Styczne, normalne i krzywizny 585
 - Krzywizna 594
 - Równanie prostej 586
 - Styczne i normalne do krzywej w danym punkcie 589
- Suma dowolnej liczby wektorów 522
- Suma kwadratów liczb naturalnych 649
- Suma liczb naturalnych 648
- Suma n początkowych liczb naturalnych 207
- Suma sześcianów liczb naturalnych 650
- Sumowanie w dwóch kierunkach 952
- Symbol i 380
- Symbole inne niż cyfry 65
- Symbole nieoznaczone (granice nieokreślone) 635
- Symetria 707
- Systematyczne rysowanie krzywych na podstawie równania 707
 - Asymptoty 708
 - Duże i małe wartości zmiennych 709
 - Ograniczenia 710
 - Przesunięcie względem układu współrzędnych 708
 - Punkty przecięcia z osiami 707
 - Punkty stacjonarne 709
 - Symetria 707
- System binarny (dwójkowy) 45
- System dwunastkowy 46
- System dziesiętny 44

- System ósemkowy 45
- System szesnastkowy 47
- Systemy liczbowe 44
 - Metoda alternatywna 48
 - System binarny (dwójkowy) 45
 - System dwunastkowy 46
 - System dziesiętny 44
 - System ósemkowy 45
 - System szesnastkowy 47
- Szacowanie 12
- Szereg Maclaurina 669
- Szereg Taylora 678
- Szeregi 642, 666, 912
 - Granice 653
 - Granice funkcji – symbole nieoznaczone 680
 - Szeregi arytmetyczne 643
 - Szeregi geometryczne 645
 - Szeregi liczb naturalnych w ustalonej potędze 648
 - Szeregi nieskończone 651
 - Szeregi potęgowe 667
 - Średnia arytmetyczna 644
 - Średnia geometryczna 647
 - Wartości przybliżone 677
- Szeregi arytmetyczne 643
- Szeregi dwumianowe 674
- Szeregi geometryczne 645
- Szeregi liczb naturalnych w ustalonej potędze 648
 - Suma kwadratów liczb naturalnych 649
 - Suma liczb naturalnych 648
 - Suma sześciąt liczb naturalnych 650
- Szeregi nieskończone 651
- Szeregi potęgowe 667
 - Szeregi dwumianowe 674
 - Szereg Maclaurina 669
 - Szeregi standardowe 673
- Szeregi standardowe 673
- Szeregi zbieżne i rozbieżne 654
- Średnia 1064
- Średnia arytmetyczna 644
- Średnia geometryczna 647
- Średnie odchylenie 1072
- Środek ciężkości bryły obrotowej 867
- Środek geometryczny figury płaskiej 864
- Środek krzywizny 600
- Środek parcia 900
- Tabela transformat Laplace'a 1039, 1048
- Tabela zliczania metodą kreskową 1056
- Tabelaryczne przedstawienie wyników 340
- Tangensoida 701
- Tangens 283
- Testy zbieżności 655
- Tożsamości dla kątów złożonych 252
- Tożsamości hiperboliczne 445
- Tożsamości trygonometryczne 250
 - Dodatkowe dwie tożsamości 251
 - Funkcje 259
 - Jedynka trygonometryczna 250
 - Tożsamości dla kątów złożonych 252
 - Wzory trygonometryczne 254
- Tożsamość 100
- Transformata Laplace'a 1036
 - Generowanie nowych transformat 1045
 - Odwrotna transformata Laplace'a 1038
 - Równania różniczkowe niejednorodne, liniowe, o stałych współczynnikach 1048
 - Tabela transformat Laplace'a 1039, 1043
 - Transformata Laplace'a pochodnej 1041
 - Transformaty Laplace'a pochodnych wyższych rzędów 1046
 - Własności transformat Laplace'a 1041
- Transformata Laplace'a pochodnej 1041
- Transformaty Laplace'a pochodnych wyższych rzędów 1046
- Trójkąt Pascala 197
- Trójkąty 239
- Trójkąty specjalne 245
- Trygonometria 235
 - Kąty 237
 - Tożsamości trygonometryczne 250
- Trzy własności współczynników dwumianowych 195
- Twierdzenie o reszcie (twierdzenie Bézouta) 111
- Twierdzenie o rozkładzie wielomianu na czynniki 112
- Twierdzenie Pitagorasa 244
- Twierdzenie Cayleya – Hamiltona 509
 - Macierze odwrotne 509
 - Podnoszenie macierzy do potęgi o wykładniku całkowitym 511
- Tworzenie równań różniczkowych 979
- Typy liczb 6
 - Cyfry i pozycyjność 6
 - Dodawanie i odejmowanie 7
 - Liczby całkowite 6
 - Liczby naturalne 6
 - Łączność 11, 67
 - Mnożenie i dzielenie 8
 - Nawiasy 7
 - Nawiasy i kolejność wykonywania działań 8
 - Podstawowe prawa arytmetyki 10
 - Przemienność 10, 67
 - Punkty na osi i porządek 6
 - Rozdzielność 11, 67
 - Szacowanie 12
 - Zaokrąglanie 12

- Typy wektorów 522
- Układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi 161
- Układ współrzędnych biegunowych 929
 - Krzywe biegunowe 932
 - Standardowe krzywe biegunowe 934
 - Współrzędne biegunowe 930
 - Zastosowania 937
- Układy równań liniowych z trzema niewiadomymi 464
- Układy trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi 163
- Ułamki algebraiczne 85
 - Dodawanie i odejmowanie 86
 - Mnożenie i dzielenie 86
- Ułamki dziesiętne 27
 - Cyfry znaczące 28
 - Dzielenie liczb całkowitych 27
 - Liczby wymierne, niewymierne i rzeczywiste 31
 - Miejsca po przecinku 28
 - Ułamki dziesiętne nieskończone 30
 - Ułamki dziesiętne nieskończone jako ułamki zwykłe 30
 - Ułamki w postaci dziesiętnej jako ułamki zwykłe 29
 - Ułamki zwykłe w postaci dziesiętnej 29
 - Zaokrąglanie 27
 - Zera końcowe 29
- Ułamki dziesiętne nieskończone 30
- Ułamki dziesiętne nieskończone jako ułamki zwykłe 30
- Ułamki na kalkulatorze 23
- Ułamki proste 215
 - Mianowniki z powtarzającymi się i kwadratowymi czynnikami 224
 - Ułamki proste 215
- Ułamki, stosunki i procenty 18
 - Dodawanie i odejmowanie ułamków 22
 - Dzielenie ułamków 21
 - Dzielenie liczb całkowitych 18
 - Równość ułamków 20
 - Ułamki na kalkulatorze 23
 - Mnożenie ułamków 19
 - Z 19
 - Procenty 24
 - Stosunki 24
- Ułamki w postaci dziesiętnej jako ułamki zwykłe 29
- Ułamki zwykłe w postaci dziesiętnej 29
- Uporządkowane pary liczb 126
- Uporządkowywanie danych 1055
- Częstość względna 1059
- Dane grupowane 1057
- Granice klas 1060
- Grupowanie danych ciągłych 1058
- Tabela zliczania metodą kreskową 1056
- Zaokrąglanie danych 1059
- Usuwanie nawiasów 69
- Usuwanie wpisów w Excelu 135
- Użycie kalkulatora 40
- Użycie liczb w systemie ósemkowym jako etapu pośredniego 55
- Wariancja i odchylenie standardowe 1102
- Wartości bezwzględne 144
 - Interakcja 150
 - Moduł 144
 - Nierówności 146
 - Wykresy 145
- Wartości minimum i maksimum 571
- Wartość oczekiwana 1101
- Wartości przybliżone 677
 - Szereg Taylora 678
- Wartości skalarne i wektorowe 520
- Wartości średnie 851
- Wartości własne 504
- Wartości własne i wektory własne macierzy 504
 - Kierunek własny 504, 506
 - Wartości własne 504
 - Wektory własne 504, 506
- Wartość oczekiwana i odchylenie standardowe 1108
- Wartość średnia kwadratowa (RMS) 853
- Wektory 519
 - Cosinusy kierunkowe 532
 - Iloczyn skalarny dwóch wektorów 533
 - Iloczyn wektorowy dwóch wektorów 535
 - Kąt między dwoma wektorami 537
 - Przedstawienie wektorowe 521
 - Składowe danego wektora 524
 - Stosunki kierunkowe 540
 - Wartości skalarne i wektorowe 520
 - Wektory w przestrzeni 530
- Wektory w przestrzeni 530
- Wektory własne 504, 506
- Wielokąty częstości 1075
- Wiersze i kolumny w Excelu 133
- Większe niż i mniejsze niż 142
- Własności transformat Laplace'a 1041
- Własności wyznaczników 475
- Wpisywanie tekstu i liczb 134
- Wprowadzenie do algebry 63
 - Mnożenie i dzielenie wyrażeń algebraicznych 81

- Potęgi i logarytmy 72
- Rozkład wyrażeń algebraicznych na czynniki 89
- Ułamki algebraiczne 85
- Wyrażenia algebraiczne 65
- Wspólne czynniki 89
- Wspólne czynniki uzyskane przez grupowanie 89
- Współczynniki kierunkowe i gradienty 311
 - Gradient krzywej w danym punkcie 314
 - Określenie gradientu krzywej metodami algebraicznymi 316
 - Pochodne drugiego i wyższego rzędu 321
 - Pochodne potęg x 317
 - Różniczkowanie wielomianów 320
 - Współczynnik kierunkowy prostej 311
- Współczynnik kierunkowy prostej 311
- Współczynnik korelacji iloczynu momentów Pearsona 724
- Współczynnik korelacji rang Spearmana 728
- Współrzędne biegunowe 930
- Wstępne przekształcanie 165
- Wykresy 123, 145
 - Nierówności 142
 - Stosowanie arkuszy kalkulacyjnych 133
 - Wartości bezwzględne 144
 - Wykresy równań 125
- Wykresy ciągów 608
- Wykresy funkcji hiperbolicznych 434
- Wykresy funkcji odwrotnych 266
- Wykresy funkcji sześciennych i funkcji do nich odwrotnych 266
- Wykresy funkcji wykładniczych 714
- Wykresy równań 125
 - Kartezjański układ współrzędnych 126
 - Równania 125
 - Rysowanie wykresów 127
 - Uporządkowane pary liczb 126
- Wyprowadzanie postaci wykładniczej 39
- Wyraz ogólny rozwinięcia wielomianowego 201
- Wyrazy analogiczne - wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias 68
- Wyrazy i współczynniki 68
- Wyrazy ogólne sumy w zapisie ze znakiem Σ 204
- Wyrażenia algebraiczne 65
 - Kolejność wykonywania działań 68
 - Nawiasy zagnieżdżone 69
 - Redukcja wyrazów podobnych 68
 - Reguły algebry 67
 - Stałe 66
 - Symbole inne niż cyfry 65
- Usuwanie nawiasów 69
- Wyrazy analogiczne - wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias 68
- Wyrazy i współczynniki 68
- Zmienne 66
- Wyrażenia i równania 97
 - Obliczanie wartości wyrażeń 99
 - Obliczanie wartości zmiennych niezależnych 102
 - Proces obliczania wartości 107
 - Przekształcanie wzorów 103
 - Równania 100
 - Równanie definiujące 100
 - Równanie przypisujące 101
 - Równanie warunkowe 100
 - Tożsamość 100
 - Wyrażenia i równania 99
 - Wyrażenia wielomianowe 109
 - Wzór 101
- Wyrażenia kwadratowe będące iloczynem czynników liniowych 91
- Wyrażenia wielomianowe 109, 173
 - Obliczanie wartości wielomianów 110
 - Obliczanie wartości wielomianów metodą Hornera 110
 - Postać ogólna równania kwadratowego 113
 - Rozkład na czynniki wielomianów czwartego stopnia 117
 - Równania czwartego stopnia z co najmniej dwoma czynnikami liniowymi 179
 - Równania kwadratowe 175
 - Równania trzeciego stopnia z przynajmniej jednym czynnikiem liniowym 175
 - Twierdzenie o reszcie (twierdzenie Bézouta) 111
 - Twierdzenie o rozkładzie wielomianu na czynniki 112
 - Wyrażenia wielomianowe 109
- Wyznaczniki 453
 - Układy równań liniowych z trzema niewiadomymi 464
 - Własności wyznaczników 475
 - Wyznaczniki trzeciego stopnia 460
 - Zgodność układu równań liniowych 472
- Wyznacznik macierzy kwadratowej 494
 - Dopełnienia algebraiczne elementów macierzy 495
 - Macierz kwadratowa dołączona 495
- Wyznaczniki trzeciego stopnia 460
 - Obliczanie wyznaczników trzeciego stopnia 461
- Wzory skróconego mnożenia 90
- Wzory trygonometryczne 254

- Wzór 101
 Wzór dwumianowy Newtona 199
 Trójkąt Pascala 197
 Wyraz ogólny rozwinięcia wielomiano-
 wego 201
 Zależności pomiędzy funkcjami trygonome-
 trycznymi i hiperbolicznymi 447
 Zależność liniowa 712
 Zamiana podstawy 77
 Zamiana podstawy z dziesiętnej na inną 52
 Postać dwójkowa 52
 Postać dwunastkowa 52
 Postać ósemkowa 52
 Użycie liczb w systemie ósemkowym
 jako etapu pośredniego 55
 Zamiana ułamka w systemie dziesiętnym
 na postać ósemkową 53
 Zaokrąglanie 12, 27
 Zaokrąglanie danych 1059
 Zapis alternatywny dla całek podwójnych
 964
 Zapis przy użyciu znaku Σ (sigma) 203
 Liczba e 209
 Reguły działania na sumach 207
 Suma n początkowych liczb naturalnych
 207
 Wyrazy ogólne sumy w zapisie ze zna-
 kiem Σ 204
 Zastosowania całek wielokrotnych 959
 Zastosowanie całkowania 841, 859, 881
 Długość krzywej 868
 Geometryczny moment bezwładności
 896
 Momenty bezwładności 882
 Objętość bryły obrotowej 860
 Podstawowe zastosowania 842
 Powierzchnia boczna bryły obrotowej
 872
 Reguła Pappusa-Guldina 875
 Równania parametryczne 850
 Środek ciężkości bryły obrotowej 867
 Środek geometryczny figury płaskiej 864
 Środek parcia 900
 Wartości średnie 851
 Wartość średnia kwadratowa (RMS) 853
 Zastosowanie różniczkowania 563
 Pochodne funkcji odwrotnych do funkcji
 hiperbolicznych 566
 Punkty przegięcia 575
 Różniczkowanie funkcji odwrotnych do
 funkcji hiperbolicznych 564
 Wartości minimum i maksimum 571
 Zbieżność bezwzględna 660
 Zdarzenia 1086
 Zdarzenia i prawdopodobieństwa 1088
 Prawdopodobieństwo zdarzenia pewnego
 i niemożliwego 1088
 Przypisywanie prawdopodobieństw 1089
 Zdarzenia niewykluczające się wzajemnie 1092
 Zdarzenia niezależne 1094
 Zdarzenia zależne 1093
 Zera końcowe 29
 Zgodność układu równań liniowych 472
 Złożenie 272
 Funkcje odwrotne do funkcji złożonych 274
 Funkcja złożona 272
 Złożenie funkcji 546
 Zmiana zmiennych 768
 Zmienne 66
 Zmienne losowe 1099